CONTRIBUŢII PRIVIND MĂSURILE HOFSTÄTTER
I. Actualitate şi opinii dominante

GABRIEL SEBE

1. Formularea problemei

motto:
Nebunul aleargă,
Înţeleptul merge,
Divinitatea stă.
proverb indian

În cercetarea opiniei publice se face adesea apel la formulele lui Hofstätter[1] pentru determinarea gradului de *actualitate*

$$A(p_-, p_0, p_+) = \frac{\sqrt{p_- p_+}}{p_0}, \tag{1.1}$$

şi a *tendinţei dominante*

$$M(p_-, p_0, p_+) = | p_+ - p_- | (100 - p_0) \tag{1.2}$$

ale unei întrebări*.

După cum se observă, Hofstätter are în vedere situaţiile scalelor cu trei niveluri, respectiv dezacord, poziţie neutră, acord.

Formularea adoptată aici este desigur, independentă de interpretarea conectă a conţinutului întrebărilor, motiv pentru care această structură va fi aplicabilă oricărui chestinoar. Din acest motiv aplicaţiile pot fi extinse în domenii destul de diferite.

Interesul pentru aceste aspecte operaţionale prezintă două faţete. Pe de o parte există o necesitate în direcţia lărgirii cadrului analitic a formulelor implicate. Caracteristicile datorate lui Hofstätter sunt, după cunoştinţa mea, limitate la cazul scalelor trihotomice. În articolul de faţă le extind la cazul unui număr arbitrar de variante de răspuns, constatând aspecte noi privind conceptul de opinie dominantă. De asemeni, pentru cazul considerat iniţial de Hofstätter urmând anumite idei

[1] Peter R. Hofstätter.

* Pentru reprezentarea în procente, domeniile de variaţie pentru actualitate, respectiv opinia majoritară, sunt $[0, \infty) \cup \infty$ respectiv $[-100, 100]$.

sugerate de Zapan[2] (vezi [16]), indic o modalitate de a deduce aceste formule pe o cale raţională.

Acest fapt s-a impus ca o necesitate datorită următoarelor considerente:

• pentru a trata operaţional legătura între problematica unui chestionar şi gradul de adecvare a subiecţilor intervievaţi în raport cu aceasta, Hofstätter a introdus noţiunea de orizont, prin următoarea definiţie discursivă: „orizontul unui om poate fi determinat după numărul de întrebări care sunt pentru el actuale" (cf. [5], p. 212). După cum se constată, această aserţiune intuitiv clară conţine încă o noţiune, cea de *actualitate*. Prin urmare, clarificarea acesteia din urmă conduce la un sens definit pentru prima.

• în prima lucrare în limba română* ce expune formulele lui Hofstätter (1.1), (1.2) se prezintă de asemenea următorul exemplu.

Pentru indicatorul „Cum consideraţi fumatul pentru sănătate", scalat pe niveluri trihotomice vătămător, nu ştiu, nevătămător, ce se înregistrează numeric prin frecvenţele f_+, f_0, f_- respectiv, avem rezultatele:

categorie	*gradarea itemului*			*actualitate*	*opinie majoritară*
	f_+	f_0	f_-	A	M
fumători	52	3	45	16,1245	0,0679
nefumători	66	10	24	3,9799	0,3780

Diferenţele din tabelul precedent şi cel citat sunt aparente** în sensul că ţinând cont de formulele de trecere între frecvenţe şi procente se obţin valorile din locul citat.

Se cuvine însă să facem o remarcă esenţială. În lucrarea citată se afirmă: „Deşi opinia majoritară (*M*) este în consens atât la fumători cât şi la nefumători, actualitatea (*A*) întrebării este de patru ori mai accentuată la fumători decât la nefumători."

Această afirmaţie nu are sens deoarece *comparaţia* celor două sisteme de frecvenţe nu este permisă fiindcă ele nu au acelaşi nivel neutru f_0. Apare deci problema de a găsi o modificare a actualităţii care să facă posibilă comparaţia.

• într-o altă lucrare relativ recentă, Bălaşa [3] utilizează măsurile amintite fără consideraţiile de raportare de mai înainte, însă pune în evidenţă o modalitate de reducere a unui item scalat pe cinci niveluri de răspuns la unul scalat trihotomic***; mai precis, pentru indicatorii:

---

[2] Gheorghe Zapan, *Cunoaşterea şi aprecierea obiectivă a personalităţii*, Bucureşti, Editura ştiinţifică şi Enciclopedică, 1984.

* După cunoştinţa autorului la data prezentului articol.

** Cu excepţia valorii 3.9799 care este corectă faţă de valoarea 4.6 dată în locul citat, datorată probabil unei erori de tipar.

*** De notat că autorul nu cunoaşte nici o altă situaţie în care să se procedeze altfel.

– ι_1: preferinţele unui eşantion privind modul în care este apreciată o societate drept „bună” în raport cu criteriile definitorii de existenţă a economiei de piaţă, prin itemii

1. q_1: Competiţia economică liberă
2. q_2: Competiţia centralizată a economiei

scalaţi cinci niveluri semantic echidistante între dezacord şi acord,

– ι_2: rolul statului în economie, scalat între opinia conform căreia trebuie să aibă un rol mare şi cea contrară, conform căreia trebuie să se retragă, avem datele prezentate în tabelul de mai jos:

indicator	*item*	*gradarea itemului, %*				
enunţ	codificare	p_2	p_4	p_0	p_3	p_1
i_1	q_1	56	30	5	6	3
	q_2	10	14	8	21	47
i_2	q_3	5,1	30,2	48,9	14,5	1,3
i'_2	q'_3	35,3		48,9		15,8

Fără a se analiza vreun procedeu în urma căruia să putem decide în ce măsură este permisă o astfel de operaţie, al doilea indicator este transformat într-unul trihotomic*, ce figurează pe ultima linie din tabelul precedent.

• pentru a fi în măsură să oferim o soluţie la problemele precedente dincolo de o critică fără finalitate, trebuie să încercăm a izola un set de ipoteze din care să rezulte formulele Hofstätter, apoi să le generalizăm la cazul itemilor scalaţi pe un număr arbitrar de niveluri pentru a obţine două valori pe care să le putem compara, anume actualităţile corespunzătoare. De remarcat că generalizarea este puţin probabil de intuit fără o analiză atentă a semnificaţiei *abstracte* a cazului particular iniţial, atâta vreme cât avem nevoie de o formulă de calcul, nu de aprecieri discursive. Astfel ajungem la un criteriu de decizie privind acceptabilitatea reducţiei în cauză. În plus, sensul lor abstract permite extinderea metodei la aplicaţii *de natură* diferită.

Importanţa acestor consideraţii constă în aceea că aceste entităţi numerice sunt ulterior folosite pentru a analiza în speţă consecinţe sociologice ale anchetelor sau ierarhizării ce implică la rândul lor astfel de consecinţe iar lipsa de acurateţe a acestora induce erori ce pot fi uneori destul de grave.

Prin urmare, pentru început va trebui să formulăm problema tratată ţinând seama de cadrul său discursiv specific deoarece afirmaţia „o problemă bine formulată este pe jumătate rezolvată” nu este o simplă butadă.

În acest articol lăsăm la o parte atât rigoarea matematică, pentru a oferi o cale realizabilă pe datele de intrare disponibile din punct de vedere operaţional cât

* Vezi a patra linie a tabelului de la pagina 106 din [3].

şi pentru a oferi o accesibilitate sporită dar şi consideraţiile filosofice sau pur discursive asupra conceptelor implicate.

Am urmat deci *noţiunile* ce reprezintă conceptele avansate de Hofstätter în sensul mesajului conţinut în formulele respective. Discursiv, prin *actualitate* înţelegem aici măsura în care subiectul se raportează la clasele de ierarhizare ce ţin seama simultan de opiniile favorabilă, defavorabilă a itemului în funcţie de nivelul atitudinii sale de neutralitate, evaluate prin frecvenţele răspunsurilor în cauză. De asemenea, prin *opinie majoritară* sau *tendinţă dominantă* înţelegem, faţă de aceleaşi variabile, polarizarea unei clase definite (favorabilă sau defavorabilă) funcţie de nivelul de neutralitate manifestat. Aceste consideraţii probabil clar intuitive vor trebui puse în legătură cu formulele despre care tratăm şi apoi reconsiderate în conformitate cu strategia prezentată mai sus.

Am folosit denumirea de măsuri deoarece pe de o parte ele reprezintă reflectări analitice ale unor obiecte abstracte ce în alte domenii poartă acest nume, pe de altă parte intervenţia procesului general de măsurare este evidentă.

Având în vedere o remarcă anterioară, consideraţiile asupra noţiunii de orizont în sensul lui Hofstätter vor fi abordate într-un alt studiu.

2. Actualitate Hofstätter raţională

Ideea de principiu privind abordarea raţională asupra unei formalizări ataşate individului sau grupului ca entitate socială îşi are originile la Haret* (vezi [9], p. 60). Deşi consideraţiile sale discursive rămân valabile, modul de tratare este puternic influenţat de tipul de mecanică cu care într-o manieră unică el şi-a construit analogia**.

Cel mai clar acest fapt reiese din încercarea de a postula o formulă analitică în esenţă sugerată de metodele de liniarizare utilizate în mecanica cerească***.

Mai târziu, Zapan a preluat cadrul principial oferit de valoroasa contribuţie a lui Haret prin noţiunea de determinantă socială (cf. [16], p. 165), însă reformulând problema metodologică în cadrul sociologiei lui Gusti.

În lucrarea sa din 1936 (cf. [15]), propune o nouă metodologie asupra ideii de formulă socială datorată lui Haret dar bazată pe legea paralelismului sociologic enunţată de Gusti (cf. [16], p. 169). Structura formală a metodologiei lui Zapan este de fapt bazată pe ceea ce astăzi numim analiză dimensională. Acest aspect este strâns legat de consideraţiile lui Zapan asupra noţiunii de formulă structurală (cf. [16], p. 170), opinia sa conform căreia manifestarea structuralismului unui sistem extinde paradigma greacă a ariei fiind în

* Spiru Haret 1851 – 1912 mecanician român; vezi asupra operei sale sociologice prezentarea datorată lui Leon Ţopa în ediţia română a lucrării [9].

** În realitate preocupările în acest sens coboară la Condorcet, Buffon şi Cournot.

*** Concret mă refer la expresia factorului personal conceput sub formă de aditivă (vezi [9], p. 171).

concordanţă cu conceptele de similaritate fizică folosite spre exemplu de Fourier*.

Neintrând aici în detalii privind justificarea afirmaţiilor făcute, voi trece la a indica modalitatea de a deduce, acceptând cadrul lui Zapan, din rezultatul central al analizei dimensionale** expresia propusă de Hofstätter pentru actualitatea unei întrebări trihotomice. În acest sens, cu ceva efort privind formalizarea se poate afirma că teoria lui Zapan şi analiza dimensională oferă un cadru raţional pentru *actualitatea* în sens Hofstätter.

Admitem că atitudinea şi opinia sunt dimensiuni fundamentale şi numai ele intervin în expresia actualităţii, prin exponenţii dimensionali ataşaţi frecvenţelor de evaluare a itemului f_-, f_0, f_+, concepute drept mărimi derivate. Altfel spus, aspectul structural al actualităţii coincide cu cel al unei mărimi derivate din cadrul analizei dimensionale.

Cu acestea, urmând etapele din teorema amintită, matricea exponenţilor va fi

$$\begin{array}{lccc} & f_- & f_0 & f_+ \\ \textit{atitudine} & 1 & 1 & 1 \\ \textit{opinie} & -1 & 0 & 1 \end{array} \qquad (2.1)$$

iar soluţiile sistemului omogen

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_- \\ x_0 \\ x_+ \end{pmatrix} = 0,$$

dau forma funcţională a actualităţii

$$A = f_-^{x_-} f_0^{x_0} f_+^{x_+}.$$

Cum matricea exponenţilor are rangul 2, alegând x_0 drept necunoscută secundară, se obţin soluţiile $x_0 = -1$, $x_- = x_+ = 1/2$, de unde şi formula (1.1) propusă de Hofstätter. Întrucât aspectele legate de paradigma analizei dimensionale vor fi tratate pe larg în altă parte, închei aici aceste consideraţii ce intervin mai jos în mod implicit.

Voi trece acum la expunerea unui sistem de ipoteze ce permit *deducerea* expresiei opiniei majoritare (1.2).

Ipoteza 2.1 *M* este funcţie numai de variabilele f_-, f_0, f_+ sau cum acestea sunt dependente, avem formal

$$M = M\,(f_- + f_+, f_-, f_+)$$

* Idee iniţiată din puncte de vedere *diferite* de Galilei şi Newton.
** Este vorba despre teorema II; vezi nota 6.1 din [6]

Sensul acestei ipoteze ar trebui legat de independenţa lui M de volumul selecţiei N ceea ce presupune precizarea unui cadru statistic bazat pe noţiunea de interval de încredere. Atâta vreme cât vorbim *numai* despre subiecţii chestionaţi, nu şi de alegerea lor din populaţia studiată, vom omite aici astfel de consideraţii.

Ipoteza 2.2 *Opinia majoritară admite doi factori: unul corespunzător frecvenţei* ν *a subiecţilor ce au o atitudine iar celălalt* μ, *divizării acestora în opinii pozitive şi negative*[*]. *Formal scriem*

$$M(f_- + f_+, f_-, f_+) = \nu(f_- + f_+)\,\mu(f_-, f_+)$$

Ipoteza 2.3 *Factorul corespunzător subiecţilor ce au atitudine, devine maxim când frecvenţa respectivă e maximă şi numai în acest caz:*

$$\nu(1) = 1, \nu(x) < 1, \forall x \in [0, 1)$$

Această ipoteză, care poate fi privită ca o condiţie de normare, este strâns legată de M prin următoarea interpretare: dacă subiecţii ce au atitudine acoperă sistemul, adică $f_0 = 0$ atunci opinia majoritară se reduce la factorul de partiţie μ. Altfel codificat, $(f_0 = 0 \Leftrightarrow f_- + f_+ = 1) \Rightarrow M = (1, f_-, f_+) = \mu(f_-, f_+)$. De notat că situaţia, de obicei mai frecventă, în care $f_0 \neq 0$ intervine explicit în expresia opiniei majoritare prin factorul ν, cazul prezent fiind unul limită.

Ipoteza 2.4 *Factorul corespunzător subiecţilor ce au o atitudine, este o funcţie aditivă de frecvenţele respective:*

$$\nu(f_- + f_+) = \nu(f_-) + \nu(f_+)$$

Ipoteza 2.5 *Factorul partiţiei în opinii din expresia opiniei majoritare este invariant la translaţii în sensul următor: dacă în domeniul lor de variaţie, variabilele de opinie cresc (respectiv descresc) cu aceeaşi cantitate, valoarea sa nu se modifică, sau formulat în simboluri*

$$\mu(f_- - h, f_+ - h) = \mu(f_+, f_-), \forall h,\ 0 \le h \le \min\{f_-, f_+\}$$

Sensul acestei ipoteze constă în a preciza o posibilitate de *identificare* a influenţei factorului μ asupra opiniei majoritare, spre exemplu a sistemului cu distribuţia de frecvenţe (0,1; 0,6 – 0,1; 3 – 0,1).

Ipoteza 2.6 *Opinia majoritară are următoarea proprietate de simetrie relativ la variabilele de opinie: valoarea asociată sistemului cu distribuţia* (f_-, f_+), *ceea ce revine, având în vedere comutativitatea adunării, la*

$$\mu(f_- - h, f_+ - h) = \mu(f_+, f_-)$$

[*] Aceasta concordă cu aspectele dimensionale din teoria *raţională* a formulei sociale Zapan; vezi nota 6.2 din [6]

Ipoteza 2.7 *Opinia majoritară este maximă când o variabilă de opinie atinge valoarea maximă:*

$$\mu(1, 0) = 1$$

O caracteristică a multor lucrări din afara cadrului raţional al modelării constă în neprecizarea domeniilor funcţiilor prin intermediul cărora are loc interpretarea în modelarea respectivă. Există suficiente dezavantaje ale acestui fapt şi destule avantaje ale unei abordări contrare pentru a încerca o exemplificare în acest sens aici. De exemplu, nu este suficient să enunţăm ipotezele precedente fără a preciza *cel puţin că*

$$M : [0,1]\times[0,1]\times[0,1] \to \mathbf{R} \tag{2.2}$$

$$\mu : [0,1]\times[0,1] \to \mathbf{R}$$

$$\nu : [0,1] \to \mathbf{R}_+$$

În această situaţie, cazul dat de Hofstätter $\nu\,(f_- + f_+) = f_- + f_+ = 1 - f_0$ se poate interpreta în termeni probabilişti*, el reprezentând probabilitatea ca alegând un răspuns la întâmplare să găsim unul corespunzător unei opinii. În acest sens ipoteza 2.2 stipulează proporţionalitatea opiniei majoritare cu probabilitatea asociată evenimentului corespunzător categoriei subiecţilor ce au o opinie. Factorul μ ţine în plus seama de heterogenitatea indusă de clasificarea acestei opinii în pozitivă ori negativă.

Acestea nu se opresc aici, doar la interpretare. De fapt, datorită unor astfel de precizări propoziţia 6.4 din anexă permite determinarea lui ν. Deci în virtutea primelor cinci ipoteze avem

$$M(f_- + f_+, f_-, f_+) = (f_- + f_+)\,\mu(f_-, f_+)$$

Condiţia din ipoteza 2.3, $\nu\,(1) = 1$ implică cu propoziţia în cauză $\nu(0) = 0$ sau $M(1, f_-, f_+) = 0$. Cu alegeri convenabile, ipoteza 2.5 implică

$$\mu(0, f_- + f_+) = \mu\,(f_-, f_+) = \mu\,(f_- + f_+, 0),$$

membri externi corespunzând cazurilor $f_- \leq f_+$ respectiv $f_+ \leq f_-$, ceea ce explică şi rostul ipotezei 2.6. Cu acestea, are sens să notăm $\mu(x,0) = m(x)$ şi avem

$$M(f_- + f_+, f_-, f_+) = (f_- + f_+)\begin{cases} m(f_+ - f_-), & \text{dacă } f_- \leq f_+; \\ m(f_- - f_+), & \text{dacă } f_+ \leq f_-; \end{cases} \tag{2.3}$$

În fine, *dacă* facem în plus

Ipoteza 2.8 *Funcţia m este pară, ceea ce revine la a stipula că opinia majoritară este izotopă* sau formal*

$$m(x) = m\,(-x),$$

---

* Mai exact este vorba despre frecvenţe empirice exprimate în proporţii.

* Se poate da un sens *precis* acestui cuvânt, cu preţul apelului la cunoştinţe suplimentare de analiză convexă.

atunci se obţine $M(f_- + f_+, f_-, f_+) = (f_- + f_+)\ \mathrm{m}(f_- - f_+)$. Evident alegerea $m(x) = |x|$ conduce în particular la (1.2).

Devine suficient de clar că, aceste formule datorate lui Hofstätter se pot generaliza în mai multe direcţii. Una dintre acestea, privind extinderea la cazul unui număr de n variante de răspuns va fi expusă în secţiunile următoare. Avantajul esenţial al ipotezelor precedente constă în faptul că ele arată că aceasta *nu* este singura cale de urmat. Fără a intra în detalii nici discursive şi cu atât mai puţin tehnice, indic aici două astfel de idei:

1. Putem admite funcţii neliniare pe postul lui m, lucru justificabil prin prisma anumitor efecte asociate cu un astfel de caracter prezente în sistemul studiat. Fără enumerarea ipotezelor de mai sus nu ştiam *ce* anume să modificăm; acum ştim, însă mai rămâne să stabilim în ce condiţi şi mai ales cum.

2. Putem privi şi spre un aspect variaţional al problemei, înţelegând prin aceasta exact sensul ideii originare a lui Fermat. După cum e bine ştiut, în 1629 el a emis un criteriu de selecţie a unei stări declarată *reală* printr-un principiu de minim. Dacă precizăm pentru m o clasă necesară formulării problemei de selecţie şi apoi o funcţie obiectiv, putem trece la problema determinării acelei alegeri asupra lui m pentru care se extremează criteriul de optimalitate. Aici rostul ipotezelor a fost să indice asupra *cui* din expresia opiniei majoritare să ne îndreptăm atenţia.

Părăsind aceste direcţii, mai modeşti, vom căuta să înţelegem *mai bine* ce avem de făcut.

3. Măsuri Hofstätter locale

Aşa cum am precizat în introducere, noţiunea de orizont în sensul lui Hofstätter nu poate fi abordată înaintea noţiunilor duale de actualitate şi opinie majoritară. Există încă un aspect care trebuie amintit, anume faptul că actualitatea şi opinia majoritară reprezintă măsuri localizate pe întrebările (itemii) ce compun un indice în timp ce orizontul rezultă ca estimare globală din acest punct de vedere dar are un caracter local faţă de subiecţii sau grupurile de echivalenţă formate din subiecţii intervievaţi.

3.1 Contextul formal

Fie N numărul de subiecţi interogaţi la o întrebare *fixată*, care are trei variante de răspuns, funcţia de interpretare asociată şi clasificarea eşantionului în raport cu acest criteriu:

$$\begin{aligned} n &: \{s_1,\dots,s_N\} \to \{-1, 0, 1\}, \\ n_{-1} &= \mathrm{card}\{i | n(s_i) = -1\} = \mathrm{card}\, n^{-1}(-1) \\ n_0 &= \mathrm{card}\{i | n(s_i) = 0\} = \mathrm{card}\, n^{-1}(0) \\ n_1 &= \mathrm{card}\{i | n(s_i) = 1\} = \mathrm{card}\, n^{-1}(1) \end{aligned} \tag{3.1.1}$$

unde $n_{-1} + n_0 + n_1 = N$. Acceptând contextul aritmetic al regulii de trei simplă, putem considera fie reprezentările procentuale[★]:

$$p_*:\{s_1,\ldots,s_N\} \to [0,100],\ p_* = \frac{n_*}{\mathbf{N}}100,\quad * \in \{-1,0,1\} \qquad (3.1.1)$$

fie cele în frecvenţe empirice:

$$f_*:\{s_1,\ldots,s_N\} \to [0,1] \cap \mathbf{Q},\ f_* = \frac{\operatorname{card} n^{-1}(*)}{\mathbf{N}},\ * \in \{-1,0,1\} \qquad (3.1.2)$$

Cum interpretarea acestei reguli este de natură geometrică, vom explicita-o şi pentru expresiile Hofstätter pentru ca apoi, utilizând mesajul său aritmetic să le putem generaliza la o scală cu mai mult de trei trepte, utilizată mult mai frecvent.

3.2. Interpretări geometrice

Voi considera pentru început formula *actualităţii*. Pentru a putea fi manipulată din punct de vedere formal, trebuie considerată ca funcţie. Optăm pentru reprezentarea în frecvenţe, formulele precedente făcând evidentă trecerea la alte reprezentări formale.

Din motive atât matematice dar mai ales privind interpretarea particulară impusă de ceea ce modelăm, indexăm domeniul de definiţie după parametrul f_0, astfel:

$$A^2_{f_0} = \{(f_1, f_2) \mid \sum_{i=1}^{2} f_i = 1 - f_0,\ f_i \geq 0,\ i = 1,2\}, \qquad (3.2.1)$$

$$A_2 : A^2_{f_0} \to \mathbf{R} \cup \{\infty\},\ f_0 \in [0,1],$$

cu legea funcţională

$$A_2(f_0;(f_1,f_2)) = \begin{cases} \dfrac{1}{f_0}\left(\prod_{i=1}^{2} f_i\right)^{\frac{1}{2}}, & \text{dacă } f_0 > 0; \\ +\infty, & \text{dacă } f_0 = 0; \end{cases} \qquad (3.2.2)$$

Expresiile (2.2) nu ţineau seama nici de restricţia $f_- + f_0 + f_+ = 1$ şi nici de faptul că cele trei frecvenţe (2.1) nu sunt echivalente din punct de vedere al semnificaţiei lor.

★ Am preferat aici folosirea *simbolului* * pentru a sublinia că −1,0,1 sunt simboluri care la fel de bine ar putea fi înlocuite de condificările ori denumirile nefavorabil, neutru, favorabil.

Este important de remarcat că, inegalitatea mediilor impune o limită superioară a valorilor funcţiei, anume

$$\frac{1}{2f_0} \geq \frac{1}{2} + A_2(f_0;(f_1,f_2)), \qquad (3.2.3)$$

iar pentru fiecare f_0 *fixat*, maximul acesteia $(1 - f_0)/2\ f_0$, se atinge în punctul $((1 - f_0)/2, (1 - f_0)/2)$.

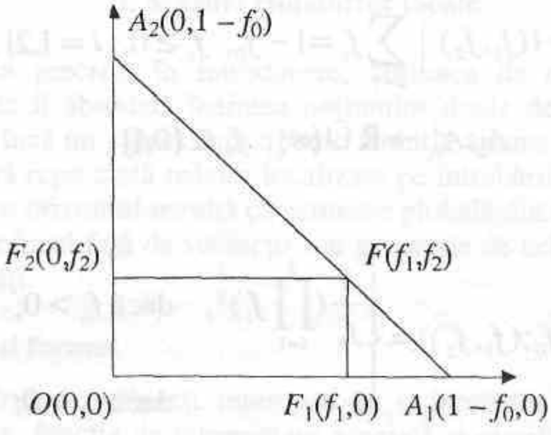
Interpretarea geometrică se bazează în esenţă pe două fapte:

• Este posibil să tratăm funcţiile f_0, f_1, f_2 fie drept coordonate carteziene, adică indicatori algebrici *de poziţie ai unui punct* generic într-o reprezentare afină a unui spaţiu geometric, ori f_1, f_2 drept coordonate baricentrice în simplexul standard determinat de $1-f_0$.

• În cazul particular al unei întrebări asociate unui item dat, punctul precedent se găseşte justificat de ipotezele conform cărora:

1. orice subiect alege la întrebarea în cauză un singur răspuns,
2. orice subiect tratează itemii independent,
3. orice doi subiecţi dau răspunsuri independente unul de altul.

Cu aceste precizări, fie pentru simplitate o reprezentare afină euclidiană în care identificăm coordonatele carteziene cu cele baricentrice menţionate în figura de mai jos. Altfel spus, punctul generic $F(f_1, f_2)$ ce constituie variabila independentă a funcţiei *interpretabilă* drept actualitate a întrebării asociate cu un item fixat, este restricţionat în acest spaţiu de interpretare pentru fiecare $f_0 \in [0, 1]$, pe segmentul de capete $A_1(1 - f_0, 0)$ $A_2(0, 1 - f_0)$, care este un simplex în aceeaşi poziţie cu simplexul standard (segmentul paralele cu precedentul, obţinut pentru $f_0 = 0$).



Acum suntem în măsură să interpretăm geometric legea funcţională a funcţiei de actualitate respective astfel: $\sqrt{f_1 f_2}$ reprezintă latura unui pătrat de aceeaşi arie cu dreptunghiul determinat de punctul generic $F(f_1, f_2)$ iar valoarea sa este dată de raportul între acesta şi lungimea segmentului ce reprezintă abaterea între cele două poziţii ale simplexelor, adică f_0.

Este demn de remarcat faptul că există o translaţie a acestor termeni geometrici în termenii discursivi ai problemei de opinie corespunzătoare. De fapt, formula respectivă raportează situaţia precizată de valoarea f_0 a frecvenţei la cea în care nici un subiect din eşantionul chestionat nu ar avea opinie neutră ($f_0 = 0$). Când $f_0 = 0$ trebuie făcută în plus precizarea că asocierea cu simbolul ∞ obţinută în virtutea inegalităţii (3.2.3) semnifică dispariţia termenului de comparaţie.

Argumentul precedent este pur calitativ. În realitate, o aceeaşi valoare numerică furnizată de formula de calcul nu ne permite o interpretare clară*, motiv pentru care vom ţine cont de indexarea precedentă. Mai exact, trebuie raportată actualitatea relativ la valoarea ei maximă corespunzătoare cu f_0 ceea ce în caz trihotomic revine la

$$a_2 : A^2_{f_0} \to [0,1],\ a_2(f_0;(f_1,f_2)) = \frac{2\sqrt{f_- f_+}}{1-f_0},\ f_0 < 1 \qquad (3.2.4)$$

Evident, echivalenţa

$$a_2(f_0; (f_1, f_2)) = 1 \Leftrightarrow f_- = f_+ = \frac{1 - f_0}{2},$$

care este o consecinţă a inegalităţii mediilor, ne arată semnificaţia scalării introduse sau cu alte cuvinte, orice valoare din [0, 1] corespunde cu o comparaţie a sistemului generic de frecvenţe (f_-, f_0, f_+), cu $f_0 < 1$ cu sistemul $((1 - f_0)/2, f_0, (1 - f_0)/2)$, cu $f_0 < 1$, în sensul noţiunii de raport sau încă $a_2(f_0; (f_1, f_2))$ este o măsură a abaterii primului sistem faţă de una din situaţiile ce anulează a_2 ca funcţie, adică $(0, f_0, 1 - f_0)$ ori $(1 - f_0, f_0, 0)$.

Această măsură se anulează când avem o polarizare totală a opiniei (sau $f_+ = 0$ sau $f_- = 0$), în acest caz actualitatea devenind minimă şi devine maximă când polarizarea este nulă ($f_- = f_+$). De remarcat că expresia propusă de Hofstätter are aceste proprietăţi, însă în noua variantă are sens o comparaţie dacă apelăm la noţiunea de raport, pentru paliere de neutralitate diferite. Altfel spus, putem afirma că un sistem de frecvenţe este mai actual decât un altul înţelegând prin aceasta că pentru primul actualitatea reprezintă un procent mai mare din maximul palierului său de neutralitate decât procentul reprezentat de a doua din maximul corespunzător acesteia. Mai mult, operaţia indicată de Chelcea are sens acum prin intermediul noţiunii de proporţie.

În cazul $f_0 = 1$ avem evident $f_- = f_+ = 0$, deci nu putem vorbi despre lipsa totală a polarizării ci de *inexistenţa* acesteia, cu precizarea că actualitatea itemului nu are sens. Din acest motiv am adăugat restricţia $f_0 < 1$, practic excluzând cazul $f_0 = 1$.

Consideraţiile precedente ridică încă o problemă, privind interpretarea gradului de uniformitate a distribuţiei de frecvenţe, aici (f_-, f_+). În cadrul anumitor modele am

* Mai mult, ce înseamnă valoarea 1 a actualităţii Hofstätter?

putea lega interpretarea acestui fapt de conceptele de echilibru şi / sau conflict, fiind demnă de atenţie în acest sens o anumită direcţie datorată lui Zapan*.

Din aceste consideraţii, care au fost sugerate de ideea discursivă a lui Zapan asupra formulei sociale, apare în termeni *geometrici*, următoarea idee privind generalizarea actualităţii la o întrebare asociată unui item testabil prin n niveluri de opţiune: ea este raportul între latura unui cub n-dimensional echivalent ca volum cu paralelipipedul determinat de punctul generic cu originea şi abaterea corespunzătoare faţă de sistemul de comparaţie.

Să considerăm şi formula opiniei majoritare (1.2) în sensul funcţiei asociate; avem:

$$M_{f_0}^2 = \{(f_1, f_2) \mid \sum_{i=1}^{2} f_i = 1 - f_0, f_i \geq 0, i = 1,2\} \tag{3.2.5}$$

$$M_2(f_0;(f_1,f_2)) : M_{f_0}^2 \to [0,1], \ M_2(f_0;(f_1,f_2)) = |f_1 - f_2| \ (1 - f_0)$$

Aparent, bazaţi *numai* pe sugestiile formei algebrice a expresiei, am fi tentaţi să propunem *mai multe* generalizări. De exemplu

$$M_2(f_0;(f_1,f_2)) = \max_{i=1,k} |f_{2i-1} - f_{2i}| \ (1 - f_0), \tag{3.2.6}$$

$$M_2(f_0;(f_1,f_2)) = \left| \sum_{i=1}^{k} f_{2i-1} - \sum_{i=1}^{k} f_{2i} \right| (1 - f_0), \tag{3.2.7}$$

unde $n = 2k + 1$. În aceste formule am făcut următoarea convenţie: din punct de vedere al ierarhizării frecvenţelor empirice în raport cu criteriul opiniei ca poziţie de atitudine, frecvenţa asociată opiniei neutre f_0, desparte opiniile de tip negativ şi pozitiv în două clase. Pentru a ţine cont de acest fapt dar de-asemeni şi de corespondenţa între cele asociate prin simetrie faţă de f_0, vom numerota cu indici pari, respectiv impari, frecvenţele de tip negativ, pozitiv. Vom numi aceasta convenţia par-impar. Relaţia de ordine pe mulţimea $\{0, ..., 2k + 1\}$ se referă la faptul că indicii minimi se plasează la depărtare maximă faţă de poziţia neutră, unde aprecierile relative sunt legate de semantica scalei itemului. Formal avem $\{0\}$, $\{1, 3, ..., 2k+1\}$, $\{2, 4, ..., 2k\}$ asociate respectiv cu opiniile neutră, negativă (defavorabilă), pozitivă (favorabilă). Aici acest fapt are doar o aparenţă pur formală dar vom vedea mai jos (cf. 3.3) că dobândeşte o conotaţie precisă.

Pentru a decide asupra unei generalizări pertinente, să-i dăm o interpretare geometrică. Pentru aceasta, vom remarca echivalenţa

$$f_1 + f_2 = 1 - f_0 \Leftrightarrow |f_1^2 - f_2^2| = |f_1 - f_2|(1 - f_0),$$

* Este vorba despre teoria evenimentului preferenţial; vezi 6.3 din [6].

care este un fapt algebric. Geometric, ea se poate justifica invocând independenţa de partiţie a funcţiei arie. Mai precis, membrul drept al afirmaţiei din dreapta echivalenţei corespunde cu valoarea absolută a diferenţei ariilor pătratelor determinate de punctul generic $F(f_1, f_2)$, adică construite pe segmentele FA_1 şi FA_2.

Am obţinut deci o a doua sugestie privind generalizarea expresiei opiniei majoritare, anume maximul valorilor absolute ale diferenţelor volumelor cuburilor n-dimensionale determinate de origine cu punctul generic. Nici această definiţie nu depinde *explicit* de f_0. Acum avem o idee clară despre *ce anume* trebuie formalizat şi *cum*, rămânând a vedea în ce măsură este ea justificabilă în raport cu problema tratată.

Se mai impune o observaţie, fundamentală atât pentru corectitudinea cât şi pentru pătrunderea sensului generalizării. Actualitatea şi opinia majoritară, aşa cum au fost ele concepute de Hofstätter, nu trebuie considerate izolat una de cealaltă, ele fiind într-un sens precizat *măsuri duale* reprezentării sistemului prin frecvenţele ataşate nivelurilor pe care este scalat itemul, în sensul următor: pentru un nivel de neutralitate dat, oricare ar fi acesta *i.e.* $\forall f_0 \in [0, 1]$ când actualitatea este maximă (deci $f_1 = f_2 = (1 - f_0)/2$) opinia majoritară este nulă sau cu alte cuvinte distribuţia echifrecvenţială prezintă maximă actualitate atât pentru cel interogat cât şi pentru cel se studiază sistemul* deoarece *anularea* opiniei majoritare indică indecizie totală în privinţa reflectării semnificaţiei itemului testat în mulţimea de subiecţi chestionaţi. Prin urmare, *orice* distribuţie de frecvenţe care maximizează actualitatea** anulează opinia majoritară. Reciproc acum, se conchide analog că, pentru un nivel de neutralitate dat, altfel arbitrar, *orice* distribuţie de frecvenţe ce maximizează opinia majoritară anulează actualitatea.

În măsura în care avem pretenţia că generalizăm măsurile Hofstätter va trebui să reflectăm şi această caracteristică care deşi fundamentală nu este menţionată în vreun loc; altfel riscăm să generalizăm *altceva* decât măsurile Hofstätter.

Încă o remarcă a cărei importanţă o va sesiza cititorul iscoditor. Motivul pentru care au loc faptele de mai înainte (*i.e.* dualitatea) trebuie localizat în cadrul sistemului de ipoteze stipulat, fără de care când vom voi a modifica contextul nu vom şti nici unde să căutăm şi cu atât mai puţin ce să schimbăm. De exmplu, motivul tehnic pentru care clasa distribuţiilor de frecvenţe ce maximizează actualitatea este inclusă în cea a celor ce anulează opinia majoritară este ipoteza care induce dependenţa de diferenţa argumentelor a factorului μ, adică invariaţia la translaţii. Dacă am renunţa la ea, incluziunea în cauză nu ar mai avea loc. Acum ştim şi *cum* intervine în caracterul dual mai sus menţionat ipoteza amintită. Evident remarci similare au loc de asemenea pentru celelelate ipoteze, însă scopul nostru nefiind o analiză de acest tip, închidem prezenta remarcă aici.

---

* Deşi probabil din motive diferite.

** Conform inegalităţii mediilor acestea sunt exact cele echifrecvenţiale.

În subsecţiunea următoare, voi mai considera încă două cazuri particulare. O justificare imediată constă în aceea că în majoritatea cazurilor, n este mic (vezi sensul precizat mai jos la 3.4) şi este absolut necesar să înţelegem semnificaţiile acestui fapt.

3.3. Două cazuri particulare utile

Funcţiile ce corespund actualităţii şi opiniei majoritare vor avea pentru scalele cu patru, respectiv cinci niveluri expresiile

$$A_{f_0}^n = M_{f_0}^n =$$

$$= \left\{ (f_1, \dots, f_{n-1}) \middle| \sum_{i=1}^{n-1} f_i = 1 - f_0,\ f_i \geq 0,\ i = \overline{1, n-1} \right\}, \tag{3.3.1}$$

$$A_n(f_0; (f_1, \dots, f_{n-1})) : A_{f_0}^n \to \mathbf{R} \cup \{\infty\},$$

$$M_n(f_0; (f_1, \dots, f_{n-1})) : M_{f_0}^n \to [0,1],$$

$$A_n(f_0; (f_1, \dots, f_{n-1})) = \begin{cases} \dfrac{1}{f_0} \left(\prod_{i=1}^{n-1} f_i \right)^{\frac{1}{n-1}}, & \text{dacă } f_0 > 0; \\ +\infty, & \text{dacă } f_0 = 0, \end{cases}$$

$$M_n(f_0; (f_1, \dots, f_{n-1})) : \max_{1 \leq i < j \leq n-1} \left| f_i^{n-1} - f_j^{n-1} \right|,$$

unde $n = 4{,}5$.

După cum deja ştim, pentru un item cu patru variante de răspuns, interpretarea geometrică a expresiei actualităţii reprezintă raportul între latura cubului determinat de punctul generic $F(f_1, f_2, f_3)$ şi originea $O(0, 0, 0)$, şi abaterea f_0. În cazul opiniei dominante, remarcăm o ierarhizare a celor trei diferenţe după care se evaluează maximul din expresia lui M de mai sus, având sens că vorbim despre nivelurile de dominanţă a opiniilor*. Acest din urmă aspect, propriu întrebărilor cu *mai mult* de trei variante, ne dă posibilitatea să stabilim cu sens un prag de dominanţă.

Ponderea în cauză poate fi concepută drept influenţa vârfului asociat cu f_+ asupra celui corespunzător lui f_- sau intensitatea cu care grupul ce reprezintă frecvenţa respectivă influenţează opinia majoritară; să izolăm ipotezele.

---

* Într-un model informaţional ele vor juca rol în stabilirea unor ponderi.

Ipoteza 3.3.1 *Opinia majoritară este influenţată numai de clasa subiecţilor ce au o opinie prin frecvenţa nivelului respectiv.*

Avem acum mai multe posibilităţi.

Iopteza 3.3.2 *Ponderea depinde de frecvenţa celor ce au o opinie.*

1. este proporţională cu $1 - f_0$, factorul de proporţionalitate fiind frecvenţa asociată opiniei respective:

$$\omega_- = f_-(1-f_0),$$

$$\omega_+ = f_+(1-f_0) \Leftrightarrow \begin{cases} |\omega_- - \omega_+| = |f_- - f_+|(1-f_0), \\ \omega_- + \omega_+ = (1-f_0)^2; \end{cases} \tag{3.3.2}$$

2. este invers proporţională cu $1 - f_0$, cu acelaşi factor de proporţionalitate

$$\omega_- = \frac{f_-}{(1-f_0)},\ \omega_+ = \frac{f_+}{(1-f_0)} \Leftrightarrow \begin{cases} |\omega_- - \omega_+| = \dfrac{|f_- - f_+|}{(1-f_0)}, \\ \omega_- + \omega_+ = 1; \end{cases} \tag{3.3.3}$$

Ipoteza 3.3.3 *Ponderea nu depinde de proporţia celor care au opinie, caz în care se reduce la factorul de proporţionalitate.*

$$\omega_- = f_-,\ \omega_+ = f_+ \Leftrightarrow \begin{cases} |\omega_- - \omega_+| = |f_- - f_+|, \\ \omega_- + \omega_+ = (1-f_0); \end{cases} \tag{3.3.4}$$

Fiecare din ipotezele enunţate admite interpretare geometrică. De exemplu, 3.3.2 1) revine la relaţii areolare*, 3.3.2 2) revine la relaţii de similitudine** etc. Prima corespunde cu cazul tratat de Hofstätter şi o vom traduce în termeni discursivi pentru a o putea interpreta şi generaliza. Cum ponderile au semnificaţie de interacţie interclase, în cazul în discuţie, ele dau o măsură a interacţiei subsistemului opiniilor negative respectiv pozitive *în cadrul* sistemului subiecţilor cu opinie (corespunzător cu $1 - f_0$). Acesta este sensul opiniei majoritare aşa cum este ea introdusă de Hofstätter.

Cum se poate lesne constata, fiecare dintre ipotezele admise are importanţa sa (nefiind singurele posibile). Ar fi absurd că considerăm *toţi* itemii verificând *o aceeaşi* ipoteză independent de sensul lor, mai ales că nicăieri în formule nu avem explicitată formal o astfel de influenţă. E de datoria celui ce formulează problema

---

* Aria $\Delta A_1OF + \Delta A_2OF$ = aria ΔA_1OA_2 aria $\Delta A_1OF - \Delta A_2OF$ = aria $\Delta FOF'$, unde F' este simetricul lui F faţă de mijlocul lui A_1A_2.

** Este vorba de asemănările $\Delta A_2F_2F \sim \Delta A_2OA_1 \sim \Delta A_1F_1F$.

de modelare să argumenteze asocierea itemilor la o anume ipoteză, problemă departe de a fi banală atâta vreme cât impune cunoaşterea *ambelor* faţete, matematică şi cea legată de ceea ce modelăm. Din acest motiv este util a remarca spre exemplu că 3.3.3 corespunde cu ceea ce formulăm discursiv prin regula „sau pentru sau împotrivă".

Prelungind ideea izvorâtă din sensul dat de interpretarea precedentă privind opinia majoritară în accepţiunea lui Hofstätter, conchidem că ideea baricentrică oferă formalizarea compatibilă.

Voi ţine cont însă de expresia opiniei majoritare şi de interacţia interniveluri deoarece în cazul scalelor trihotomice tratat de Hofstätter acest fapt *nu putea* să apară. Mai precis, scalăm frecvenţele corespunzătoare opiniilor definind ponderile interniveluri

$$\omega_{ij} = \frac{f_{ij}}{\sum_{k\neq l} f_{kl}}, \; f_{ij} = \left| f_i^{2k} - f_j^{2k} \right|, \; i, j \in \{1,2,\ldots,2k+1\}, \; i \neq j \qquad (3.3.5)$$

şi opinia majoritară

$$\text{op\_ maj} = \sum \omega_{ij} \,\text{sgn}(ij), \quad \text{sgn}(ij) = \begin{cases} 1, & \text{dacă } i > k; \\ -1 & \text{dacă } i < k. \end{cases} \qquad (3.3.6)$$

Faptul esenţial de remarcat aici constă în aceea că putem rafina analiza dacă ţinem în plus seama şi de succesiunea indicilor care codifică nivelurile (vezi secţiunea 4).

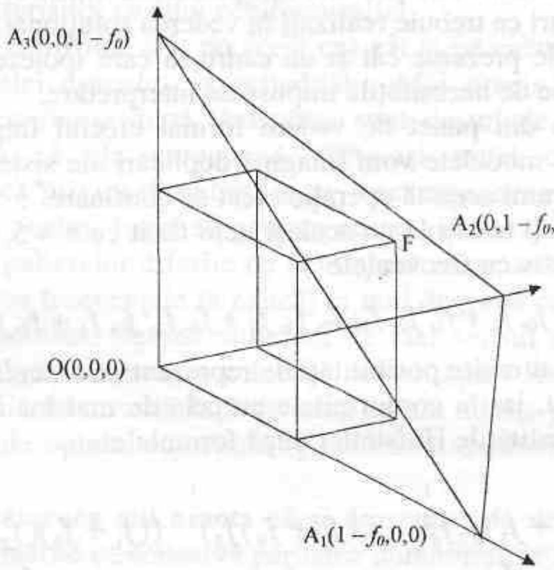
Să analizăm mai în detaliu reprezentarea acestui caz. De fapt, informaţia noastră utilă* este conţinută în triunghiul echilateral de cârfuri $A_1A_2A_3$ conceput în contextul coordonatelor baricentrice. Nu *mai* avem în nici un caz nevoie de reperul ortogonal; acesta ne-a fost util pentru a intui sensul generalizării. Putem deci considera toate triunghiurile obţinute prin omotetii plane cu centrul identic cu centrul de greutate al $\Delta A_1A_2A_3$ cu raportul de similaritate funcţie de f_0. Vom face însă abstracţie de factorul $\sqrt{2}$ ce apare în expresia laturilor acestor triunghiuri întrucât el provine din consideraţii pur geometrice, neavând nici o legătură cu semnificaţia problemei tratate. Acest lucru este justificat deoarece omotetia ca operaţie geometrică este identificabilă cu similaritatea proprie grupului de invarianţă impus atât de analiza dimensională cât şi de noţiunea de raport.

Pentru a defini un spaţiu asociat cu actualitatea şi opiniile dominante trebuie să indexăm fiecare astfel de triunghi după $f_0 \in [0, 1]$, spaţiul total fiind triunghiul octaedric standard**. Deci punctele acestei reprezentări afine plane

* În raport cu criteriul impus de interpretare.

** De vârfuri (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1).

sunt multiplu acoperite de punctele generice ce corespund cu diferite valori ale lui f_0. Un punct generic defineşte o valoare a lui f_0 iar aceasta un triunghi din familia descrisă mai sus, pe care-l vom numi în acest caz ($n = 4$) *triunghi de actualitate*. Evident triunghiul de actualitate depinde doar de frecvenţe, nu şi de numărul de subiecţi.



Să trecem acum la spaţiul asociat cu cazul $n = 5$, care corespunde cu un tetraedru regulat, tratând şi legătura cu cazurile precedente, în ipoteza că am admis convenţia par-impar.

În acest caz, spaţiul de actualitate are o structură *a priori* dată similară cu construcţia din caz plan. Explicit putem vorbi despre tetraedre de actualitate indexate după parametrul f_0, care au toate acelaşi centru de greutate asociat cu valoarea $f_0 = 1$. Convenţia amintită ne ajută să structurăm reprezentarea în modul indicat în figura de mai sus.

Pentru f_0 fixat considerăm că muchia A_1A_2 este asociată scalei cu trei niveluri precizată prin frecvenţele f_0, f_1, f_2 în convenţia amintită, ultimele două corespunzând extremelor, dezacord total respectiv acord total. Când mai adăugăm f_3 (adică un grad de dezacord conceput între opinia neutră şi dezacordul total) obţinem o scală cu patru niveluri reprezentată prin faţa $A_1A_2A_3$. Pentru scala cu cinci niveluri adăugăm vârful A_4 şi frecvenţa corespunzătoare, f_4. Apar ca necesare următoarele consideraţii:

• Distribuirea itemilor* în spaţiul de actualitate asociat unui chestionar în care nici o întrebare nu depăşeşte cinci niveluri, se va face în modul următor: itemii cu trei variante se plasează pe muchia A_1A_2, cei cu patru variante pe una din feţele $A_1A_2A_3$, $A_1A_3A_4$, $A_2A_3A_4$ după tipul de variantă adăugată faţă de cazul precedent iar cei cu cinci variante în tetraedrul $A_1A_2A_3A_4$. Este clar că de la acest

* De fapt a punctelor determinate de frecvenţele asociate.

stadiu avem nevoie de o abordare formalizată coerent împreună cu algoritmii corespunzători. Această remarcă este esenţială atât pentru plasarea unui grup de itemi cât şi la alte operaţii.

• Spaţiul de actualitate introdus mai sus este amorf sau nestructurat. Având în vedere că el este asociat unui obiect supus modelării, trebuie ca structurile matematice ce se pot introduce să provină din probleme intrinseci ale paradigmei studiate. Paşii preliminari ce trebuie realizaţi în vederea soluţionării acestei probleme cuprind atât punctele prezente cât şi un cadru în care ipotezele admise să se poată modifica în funcţie de necesităţile impuse de interpretare.

• Pentru a studia din punct de vedere formal efectul împărţirii scalei în niveluri asupra noţiunii modelate vom imagina duplicări ale sistemului, în sensul precizat mai jos şi voi numi această operaţie efect de confinare*.

1. Fie cei N subiecţi testaţi la un acelaşi item fixat cu n = 5, 4, 3, niveluri de răspuns, asociate respectiv cu frecvenţele

$$f_0, f_1, f_2, f_3, f_4; f_0, f_1+f_3, f_2, f_4; f_0, f_1, f_2+f_4, f_3; f_0, f_1+f_3, f_2+f_4.$$

Am creat astfel mai multe posibilităţi de reprezentare a *aceluiaşi* sistem care *toate* menţin f_0 constant, iar în conformitate cu cele de mai înainte acum devine posibil să calculăm actualităţile Hofstätter după formulele:

$$\frac{(f_1f_2f_3f_4)^{\frac{1}{4}}}{f_0}, \frac{(f_1+f_3)f_2f_4^{\frac{1}{3}}}{f_0}, \frac{(f_1(f_2+f_4)f_3)^{\frac{1}{3}}}{f_0}, \frac{((f_1+f_3)(f_2+f_4))^{\frac{1}{2}}}{f_0}.$$

Ca o ilustrare numerică, pentru itemii scalaţi pe cinci niveluri prezenţi în introducere avem rezultatele

itemul q_1	*grad de confinare*			
A Hofstätter	2.6373	4.9455	2.3135	5.5642
a *scalat*	0.5552	0.7808	0.3653	0.5857

itemul q_1	*grad de confinare*			
A Hofstätter	2.4100	2.6492	3.5899	5.0498
a *scalat*	0.8383	0.6911	0.9365	0.8782

itemul q_1	*grad de confinare*			
A Hofstätter	2.2874	0.2750	0.1785	0.7084
a *scalat*	0.7077	0.7896	0.5125	0.8720

itemul q_1	*grad de confinare*			
A Hofstätter	2.8750	3.6222	3.6222	5.7500
a *scalat*	1.0000	0.9449	0.9449	1.0000

* Acum *putem* pune această problemă pentru că am generalizat măsurile Hofstätter; înainte această posibilitate nici măcar nu exista.

Este util a nota câteva concluzii aşa cum rezultă evident din tabelul expus.

În primul rând, am adăugat un item imaginar cu codul q_4 care este echifrecvenţial*. Rostul acestuia este de a verifica că actualitatea scalată neconfinată devine 1 şi confinările de ordin impar respectiv par sunt egale. Mai mult, dacă se perturbă palierul de neutralitate f_0**, aceste concluzii se menţin şi se poate arăta că ele sunt caracterisitce cazului echifrecvenţial.

În plus se confirmă, atât pe acest caz cât şi pe cazul celorlalţi itemi critica la adresa formulei *nescalate* a actualităţii. Mai precis, la itemii q_1, q_2 şi q_4 actualităţile *neconfinate* după Hofstätter sunt destul de apropiate şi am putea trage concluzia că ele corespund aceluiaşi nivel de actualitate cu cea frecvenţială; dacă privim distribuţiile de frecvenţe, această concluzie este greu de acceptat. Nu acelaşi lucru se petrece cu actualitatea scalată a. Acest fapt nu poate fi datorat palierelor diferite de neutralitate care sunt apropiate pentru q_1 şi q_2 (vezi tabelul cu frecvenţele în cauză) ci mai degrabă sensului măsurii definită prin funcţiile asociate. Devine suficient de clar sensul rezolvării obiecţiei din introducere privind compararea valorilor actualităţilor Hofstätter. Totuşi, pentru a face o analiză consecventă faţă de ceea ce am admis prin ipoteze, trebuie să ţinem seama şi de opinia majoritară (ţinând cont de dualitatea pusă în evidenţă mai înainte).

Este de asemenea util a nota că şi din punct de vedere numeric sunt mai acceptabile confinările ce conservă paritatea numărului de niveluri ale scalei decât cele ce o modifică, ceea ce era de dorit, având în vedere că în acest caz, în care scala cu patru trepte provine dintr-una cu cinci niveluri, este inevitabil asimetrică iar în formulele de calcul nu am ţinut cont de aceasta.

Dacă diferenţele între aceste actualităţi sunt mici*** atunci putem numi sistemul item-răspuns omogen în limitele admise deoarece fie că-l testăm cu trei variante, fie cu cinci el este stabil la operaţia de confinare. Prin confinare trihotomică să înţelegem trecerea de la scala cu cinci direct la cea cu trei niveluri. Problema care s-a rezolvat este următoarea: avem *anumite* distribuţii de frecvenţe pentru care caracterul omogen are un sens şi se poate defini o funcţie de eroare pentru această operaţie. Problema care apare însă de aici este: în afara acestor distribuţii, când erorile nu sunt mici, care este metoda de decizie *i.e.* care sunt limitele de aplicabilitate a procedeului de confinare trihotomică spre exemplu?

2. Ceea ce s-a presupus *tacit* în multiplicarea anterioară constă în procesul următor: dacă aceluiaşi eşantion i s-ar pune problema ierarhizării aceluiaşi item cu un număr de variante descrescător de la un n dat ($n = 5$ în cazul precedent) până la

---

* Mai precis avem $(f_0, f_1, f_2, f_3, f_4) = (8, 23, 23, 23, 23)$.

** De exemplu luând $f0 = 40$ se modifică puternic doar actualităţile Hofstätter care devin respectiv 0.3750, 0.4724, 0.7500.

*** În comparaţie cu praguri liminale ce vor trebui precizate funcţie de model; pentru aspectul efectiv al problemei vezi [4].

scala trihotomică, atunci opiniile s-ar confina către extreme, menţinând f_0 constant. Aceasta este evident o ipoteză*.

Importanţa acestei întrebări constă în aceea că, toate cercetările sociologice întâlnite de autor au folosit adesea acest procedeu, trăgând concluzii din rezultatele scalei confinate fără însă a realiza în vreun fel limitele metodei şi cu atât mai puţin semnificaţia acesteia.

Deşi putem lesne conchide că inegalitatea

$$\frac{1}{f_0}\sqrt[4]{f_1 f_2 f_3 f_4} < \frac{1}{f_0}\sqrt{(f_1+f_3)(f_2+f_4)}, \tag{3.3.7}$$

are loc veşnic (*i.e.* pentru orice valori atribuite frecvenţelor), ea nu ne spune decât că atunci când confinăm trihotomic o scală nu facem altceva decât să mărim actualitatea Hofstätter. Pentru a decide însă dacă este ori nu această creştere semnificativă, va trebui să stabilim o noţiune de eroare corespunzătoare. O formulare coerentă pentru această problemă trebuie pusă în funcţie de tipul de scală implicat (vezi pentru detalii [12]). Consideraţiile în acest sens impun formalizări preliminare care sunt departe de a fi simple.

Se mai impune a remarca încă o problemă, sugerată de situaţia indicilor de codificare care dau o anumită valoare pentru op_maj. În procese în care o frecvenţă anumită se distribuie *în timp* între cele vecine (ca numerotare, nu ca valoare) avem o evoluţie „continuă" a claselor asociate nivelurilor. Dimpotrivă, anumite fenomene „catastrofice" se pot asocia cu redistribuiri „discontinue" faţă de numerotare, când transportul valorilor frecvenţelor nu se mai face la indicii vecini.

Cazul heterogen trebuie conceput ca o abatere de la cazul omogen, deoarece acestea sunt noţiuni relative duale (analog cu mare-mic, repede-încet, etc.). Vom concepe o astfel de abatere, precizând mai întâi modul de modificare a ipotezei ce stă la baza cazului omogen şi apoi căutând o exprimare formală. Să presupunem deci că la scăderea cu un nivel, doar o fracţiune din frecvenţa lui se distribuie între vecinii cei mai apropiaţi. Aceasta revine la a introduce ponderile $\omega_i \in [0, 1]$ în modul următor pentru sistemul cu $n = 4,3$ niveluri respectiv $f_0 + \omega_4 f_4, f_1, f_2 + (1-\omega_4) f_4, f_3; f_0 + \omega_3 f_3 + \omega_4 f_4, f_1 + (1-\omega_3) f_3, f_2 + (1-\omega_4) f_4$. Evident pentru $\omega_4 = \omega_3 = 0$ obţinem cazul omogen, deci cuvintele heterogen şi abatere au un sens.

Mai departe trebuie precizat criteriul de optimalitate ce permite determinarea ponderilor astfel ca opinia majoritară şi actualitatea să varieze în limite admisibile. Întrucât această problemă este de altă natură şi necesită consideraţii suplimentare** o vom aborda cu altă ocazie; pentru moment, important este că avem o cale potenţială.

Acum suntem în poziţie să abordăm tratarea cazului general, problemele sesizate fiind suficient de importante pentru a ne ocupa de acesta.

---

* Astfel orice item ar fi scalabil prin trei niveluri pentru conceptele de actualitate şi opinie majoritară.

** În speţă privind analiza structurii latente.

3.4. Generalizare la *n* trepte

Evident, formulele corespunzătoare acestei situaţii sunt cele expuse în 3.3. anume (3.3.1). Consideraţiile subiecţiunii precedente ridică câteva probleme noi, care după cunoştinţa autorului n-au fost până acum formulate nici la nivel discursiv. Să depăşim însă aspectul pur formal, pentru a putea pregăti pe cel legat de căile ce ar trebui urmate în modelare. În acest sens voi enumera aici, ca punct de plecare pentru alte dezvoltări câteva dintre acestea.

1. Privind *sensul* generalizării la *n* trepte, cu *n* arbitrar se impun următoarele precizări:

(a) Formula actualităţii scalată la valoarea maximă a palierului corespunzător lui f_0 se obţine la fel cu cea din (3.2.4), respectiv

$$\mathrm{a}_n : A_{f_0}^n \to [0,1],\ \mathrm{a}_n(f_0;\ (f_1,\dots,f_n)) = \frac{n}{1-f_0}\sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} f_i},\quad f_0 < 1. \quad (3.4.1)$$

În concluzie, sensul inegalităţii mediilor impune şi abordarea problemei legate de abaterea de la distribuţia echifrecvenţială ca indicator al unei atitudini posibile.

(b) Ceea ce Zapan numeşte „caracterul transponibil al formulei sociale" admite o reflectare ce oferă un plus de legitimitate consideraţiilor precedente. De fapt, o diferenţă între mediile geometrică şi aritmetică constă în aceea că, deşi ambele sunt măsuri ale tendinţei centrale, prima este mai puţin sensibilă la valori extreme ale frecvenţelor decât a doua. Altfel spus, dacă o frecvenţă diferă mult faţă de celelalte, media geometrică va fi afectată într-o mai mică măsură decât cea aritmetică. Acest fapt este o ilustrare analitică discursivă la ceea ce Zapan înţelege prin trăsătura definitorie structurală a socialului, indicând ca atunci când avem de tratat variabile *nealeatoare* cu date de intrare *aleatoare* să folosim media geometrică. Voi reveni altundeva cu detalii tehnice plecând de la o problemă înrudită, sugerată de Zapan, cea a evaluării statutului social.

Acestea sunt motivele pentru care am considerat scalarea de mai sus a actualităţii.

2. Semnificaţia lui *n* arbitrar şi problema confinării ne sugerează în plus existenţa unui „continuum" al actualităţii, deoarece putem imagina la un item dat o scală cu oricâte niveluri. Teoretic, acest lucru ar fi de dorit, căci am avea reprezentate toate opiniile posibile dar practic, dacă ţinem seama de metoda de furnizare a frecvenţelor, conchidem că ar fi preferabil de precizat o limită pentru aserţiunea „*n* mic" sau „*n* rezonabil de mic".

3. De fapt, când cerem subiectului să răspundă la un item, îi cerem să efectueze un proces în care acesta va fi simultan conştient de cele *n* niveluri

ale scalei şi să aleagă *unul* singur dintre acestea într-un timp rezonabil de scurt. Experimente psihologice asupra capacităţii unui subiect de a reacţiona *neconfuz* la astfel de situaţii au indicat că în realitate dacă scala este discretă şi finită, atunci confuzia devine minimă pentru n cel mult egal cu 9, dacă nivelurile scalei pot fi considerate echidistante relativ la sensul semantic al itemului (cf. [11]).

Nu trebuie trase de aici concluziile privind inutilitatea conceptelor de continuum (de tip latent spre exemplu) deoarece rezultatul lui Miller se referă la scale discrete şi finite. Când cerem subiectului să-şi plaseze pe o scală continuă opţiunea, este o problemă de natură diferită.

4. Formularea problemei structurii topologice asociată spaţiului actualităţii şi opiniei majoritare trebuie realizată ţinând cont de punctele anterioare.

4. Ilustrare operaţională

Să începem ilustrarea prin exemplul datorat lui Chelcea (vezi [5], pag. 213), pentru a ne convinge în primul rând de justeţea formulelor deduse în caz trihotomic.

Ceea ce are sens să comparăm în patricular în exemplul dat de Chelcea, citat în introducere, sunt rapoartele în care se află actualităţile cu maximele corespunzătoare palierelor respective de neutralitate, adică valorile corespunzătoare actualităţii scalate, a, ceea ce putem face prin intermediul noţiunii *abstracte* de proporţie*. Tehnic vorbind, acesta este şi motivul pentru care indexarea domeniului de definiţie a funcţiilor implicate s-a făcut după f_0, recurgându-se la interpretările geometrice expuse. Că relaţia de ordine nu se schimbă, actualitatea scalată a indicatorului fiind mai mare pentru fumători decât pentru nefumători, este evident. Ceea ce se modifică este însă raportul, care nu mai este aproximativ 4, ci aproximativ 1.1277701, aceasta însemnând că pentru fumători, măsura în care se abate actualitatea de la valoarea maximă corespunzătoare palierului de neutralitate al acestei clase relativ la itemul testat este de 1.1277701 ori mai mare faţă de măsura în care se abate actualitatea de la valoarea maximă permisă de palierul de neutralitate pentru clasa nefumătorilor, concepând-o pe aceasta din urmă ca unitate (altfel *numărul* respectiv nu are nici un sens relativ la interpretare). În acest caz în privinţa opiniei majoritare nu există dubii de altă natură. Ilustrarea operaţională priveşte deasemeni efectul de confinare trihotomică, bazându-se pe datele reale corespunzătoare la doi indici ai căror itemi sunt scalaţi pe cinci niveluri, aşa cum au fost expuse în introducere.

Modul concret în care se prelucrează aceste date pentru a obţine valorile măsurilor de tip Hofstätter expuse mai înainte este expus în detaliu altundeva.

În ceea ce priveşte efectul de confinare asupra actualităţii, valorile numerice furnizate sunt:

---

* Valorile actualităţii scalate pentru cele două clase în ordinea în care apar în tabelul corespunzător sunt 0.9973 respectiv 0.8844.

actualitate		*eroare de confinare*		
Hofstätter	a (scalată)	relativă	absolută	procentuală
2.6374	0.5857	−0.0305	−0.0549	−5.4861
2.4100	0.8782	−0.0399	−0.0477	−4.7656
0.2874	0.8720	−0.1643	−0.2322	−23.2203
2.8750	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Se remarcă imediat că varianta actualităţii scalate este şi din punct de vedere *practic* preferabilă faţă de cea originală, confirmându-se consideraţiile teoretice de mai sus. Mai mult, formulele de eroare privind confinarea trihotomică oferă un criteriu prin care operaţia este acceptabilă în cazul primilor doi itemi dar inacceptabilă pentru cel de-al treilea*. Am folosit aici evaluarea procentuală deoarece codomeniul funcţiei a fiind intervalul [0, 1] s-ar fi putut trage concluzia greşită asupra micimii erorii. Un criteriu mai complicat care să ţină seama de palierele *diferite*** la care au loc evaluările pentru doi itemi distincţi este posibil de furnizat plecând de la rezultatele prezente. El este absolut necesar pentru a avea dreptul să comparăm actualităţile a doi itemi ce intră în componenţa unui acelaşi indicator ori nu, dar care sunt situaţi în subspaţii de actualitate distincte. Astfel de formalizări depăşesc însă scopurile prezentului articol.

În ceea ce priveşte opinia majoritară, în tabelul de mai jos am adăugat un item imaginar cu distribuţie de frecvenţe uniformă, deoarece oricât de trivial *ar părea*, este necesar să specificăm mai ales din punct de vedere numeric „cine este zero". Calculele au fost efectuate în conformitate cu consideraţiile din acest articol. Opiniile majoritare obţinute ţin seama de interacţiile interniveluri prezente în generalizarea de mai înainte, cu acelaşi amendament privind palierul de neutralitate; intervalul de scalare este [−1, 1], motiv pentru care apar opinii majoritare negative.

Este demn de remarcat că succesiunea indicilor ce numerotează nivelurile de scalare oferă un conţinut informaţional mai substanţial datorită *situaţiei* privind partiţia favorabil-defavorabil. Cu alte cuvinte, itemul q_1 are o orientare total favorabilă nu numai datorită valorii aproape maxime (în comparaţie cu 1) a variabilei op_maj ci şi *modului* în care aceasta a rezultat din combinaţia frecvenţelor asociate nivelurilor scalei, indicii ce desemnează favorabilitatea dominând în toate ponderile pe cei ce desemnează orientarea opusă. O remarcă similară rămâne în picioare şi pentru q_2 dar nu pentru q_3, fapt reflectat în valoarea corespunzătoare a lui op_maj.

Importanţa acestui fapt este mult mai mare decât ar putea părea la prima vedere. Este în speţă vorba despre posibilitatea unei analize ce depăşeşte caracterul pur static al problemei. Mai precis, într-o situaţie în care o *aceeaşi* valoare as

* Dacă se utilizează pentru calculul erorilor actualitatea nescalată A, atunci acestea sunt mult mai mari, făcând practic imposibilă *orice* reducere de tip confinare; de exemplu pentru itemul q_2 eroarea procentuală este 109.5352. Funcţia a este deci un indicator de decizie a confinării acceptabil.

** Adică valorile lui f_0.

op_maj rezultă din combinaţii *distincte* ale indicilor*, aceasta revine în fapt la informaţii suplimentare asupra *structurii* opiniei majoritare, care poate fi asociată cu o măsură a rigidităţii la modificări. Spre exemplu, în cazul lui q_1 chiar dacă valorile frecvenţelor pozitive migrează dintr-o cauză anume către niveluri vecine în sensul diminuării primelor, această descreştere trebuie să fie semnificativă deoarece toţi indicii de pozitivitate domină. Nu acelaşi lucru se petrece cu o structură pentru care deşi op_maj este mare, o mică perturbare o poate modifica semnificativ. Prin urmare rămâne să evaluăm în spaţiul de actualitate anumite zone pentru care cuvinte ca stabilitate, de exemplu, prind un sens; acum *avem* o cale către analize *mai extinse* şi *mai fine*.

q_1	op_maj = 0.9993					
w_{ij}	0.31720	0.31686	0.26848	0.04873	0.04839	0.00034
indicii	51	52	54	41	42	21

q_2	op_maj = 0.9993					
w_{ij}	0.32644	0.32090	0.30021	0.02623	0.02069	0.00554
indicii	15	14	12	25	24	45

q_3	op_maj = 0.9993					
w_{ij}	0.33052	0.30413	0.29570	0.03483	0.02640	0.00843
indicii	25	24	21	15	45	14

Aplicaţia nu se opreşte doar la aspectele precedente. Cititorul interesat se poate lesne convinge că, aşa cum am pornit a lega simboluri de interpretări de tip geometric ori de altă natură, putem folosi rafinarea anterioară ţinând seama de sensul indicatorilor în cauză, ceea ce conduce spre noi consideraţii ce revin în cadrul concret al modelului. Scopul articolului fiind însă atins, vom ilustra o astfel de analiză cu altă ocazie.

5. Comentarii şi concluzii

1. Spiritul acestui mod de a trata problema privind generalizarea măsurilor Hofstätter urmează mesajul lui Platon, rolul jucat de interpretarea geometrică fiind fundamental în detectarea *căii* de urmat**.

2. Aşa cum rezultă din scurta aplicaţie prezentată, la nivel pragmatic, rostul acestui articol se reflectă şi dincolo de argumentarea raţională şi generalizare în rafinarea unor analize bazate pe măsurile deja clasice ale lui Hostätter dar mai ales

---

* Să nu uităm că aceştia nu identifică doar frecvenţele ci şi polaritatea lor.

** Pentru mesajul în cauză, cf. [6] şi [14].

pe *limitele* în care putem face anumite operații de simplificare, care nerespectate conduc la considerații discursive dificil justificabile sau chiar eronate.

3. În opinia autorului, o idee de luat în seamă constă în următoarea cale de abordare a unor astfel de probleme. Este neindicat să pornim a împrumuta formule de calcul fără a le pătrunde măcar parțial semnificația, *i.e.* avem nevoie de elaborarea unui cadru teoretic și abia apoi vom putea trece la calcule a căror interpretare poate furniza concluzii în problema studiată. Din acest punct de vedere, am încercat ca prezentul articol să constituie o abordare în care partea teoretică cât și cea de tratare numerică să fie prezente, tocmai pentru a putea deduce din considerații externe lor cum și în ce direcție ar trebui modificate.

4. Dintr-o astfel de încercare nu trebuie să lipsească două aspecte: cel al unei critici constructive și perspectivele ce rezultă din acesta. În privința celui dintâi remarcăm că, la nivel pragmatic ar trebui să includem în tratarea formală și:

- proporția de non-răspunsuri, fiind frecvente cazurile în care o astfel de variabilă apare,
- precizarea unui cadru în care aspectul *static* a proceselor tratate aici să aibă un sens formal precizat prin ipoteze stipulate explicit,
- modul în care intervin în problemă diversele tipuri de scale utilizate în cercetările sociologice.

Aceste critici, deși corecte nu pot fi *practic* înlăturate fără a da un cadru formal clar pentru celelalte constructe ce intervin în chiar formularea lor discursivă (de exemplu, noțiunea de scală). În acest sens, o serie de remarci presărate pe parcursul prezentului articol au menirea să sublinieze de unde ar trebui începută o astfel de analiză.

5. Marele avantaj al unei astfel de abordări constă în aceea că devine posibil să tratăm clase de probleme într-un timp redus la culegerea datelor și interpretarea rezultatelor. Modulo activitatea de programare, care trebuie concepută drept parte logistică a modelului, modalitatea prin care este posibilă o astfel de tratare o constituie în speță analogia cu singura știință care se ocupă de sensurile fenomenologic și structural ale unor concepte ca echilibru, mișcare, interacțiune *i.e.* mecanica rațională. Prin aceasta nu se reduce nimic din specificitatea problemei tratate atâta vreme cât nu pierdem din vedere că analogia are *cel puțin* doi termeni. Acesta este sensul mesajului moștenit de la Haret și pe care vom încerca să-l reactualizăm.

6. Appendix

Nota 6.1 Discursiv vorbind, *analiza dimensională* reprezintă extinderea conceptelor geometrice de similaritate, raport și proporție la domenii unde aceste concepte sunt intermediate de *interpretare*. Ca metodă, ea oferă o cale de a determina *forma* ecuațiilor ce leagă mărimi măsurate printr-un set de entități declarate mărimi fundamentale. Rezultatul tehnic cu care se formulează acest procedeu se numeşte teorema $\Pi^{\star}$ prin care se determină forma funcţională a unei mărimi derivate funcţie de mărimile fundamentale. Deoarece atât expunerea acesteia dar mai ales justificarea aplicării la astfel de probleme necesită pregătiri *matematice* netriviale, pentru moment trimitem cititorul interesat la capitolul trei al lucrării [2].

Nota 6.2 Ceea ce am numit aici teoria formulei sociale a lui Zapan cuprinde contextul discursiv expus în [15] aşa cum a fost iniţiat de acesta încă din 1924 (vezi [16], nota 2, p. 163). ea îşi propune să reflecte aspectele operaţionale ale structurii sociale luând ca variabile determinantele sociale şi testând teoria prin intermediul aplicaţiilor** adică exact calea raţională iniţiată de Haret. După cunoştinţa autorului lipseşte un studiu în acest spirit al acestor probleme, care trebuie început cu formularea ideilor lui Zapan. Aici devansăm faptele luând numai o parte a structurii formale în care se consideră determinantele sociale drept dimensiuni fundamentale independente ce definesc conceptele care se modelează; din punct de vedere cronologic ar fi mai indicat să expunem fundamentarea teoriei lui Zapan însă considerente practice au impus amânarea lor.

Nota 6.3 Căutând o paradigmă pentru conceptul de organizare, Zapan a iniţiat o direcţie proprie într-un articol din 1941 (cf. [16], p. 185), care a fost apoi corelată cu aspectele formale ale teoriei informaţiei*** într-un articol din 1966, (cf. [16], p. 331) anul în care Onicescu a introdus energia informaţională iar Hofstätter măsurile despre care este vorba. Se constată şi în acest mod importanţa interpretării măsurilor Hofstätter în raport cu echidistribuţia frecvenţială. Zapan ridică o problemă *nouă* relativ la formula entropiei informaţionale încercând să coreleze ideile lucrării din 1941 cu noul context în particular prin noţiunea de informaţie taxiologică. Ar fi prematură o evaluare a legăturii (care de fapt este o reducere) dintre măsurile Hofstätter şi negentropia Zapan înaintea unei prezentări raţionale a cercului de idei ale acestuia din urmă, ceea ce vom supune atenţiei cititorilor interesaţi în curând. Abia apoi vom aprecia semnificaţia noţiunii de eveniment preferenţial care este reflectarea probabilistă a informaţiei taxiologice tot aşa cum evenimentul este reflectarea probabilistă a informaţiei (probabiliste).

Nota 6.4 Propoziţia 6.5 *Dacă funcţia f are proprietăţile*

1. $f : [0,1] \to \mathsf{R}$
2. $\forall x,y \in [0,1]$ a.î.**** $x + y \in [0,1]$, $f(x+y) = f(x) + f(y)$

atunci $f(r) = r\, f(1)\ \forall\ r \in [0,1] \cap \mathsf{Q}$; *dacă în plus f este monotonă, atunci reprezentarea are loc pe* $[0,1]$

* Prescurtare de la teorema produselor.

** Spre exemplu raportul dintre individ şi societate conceput ca problemă a statutului social ori aspectele legate de politică şi organizarea socială.

*** Apărută în 1948 prin contribuţia lui Shannon, deşi problema fusese anterior formulată din alt punct de vedere şi de Fisher.

**** Prescurtare pentru astfel încât.

Demonstraţie:

În virtutea ipotezei, avem:

1. $\forall n \in \mathrm{N} \;\; f(x) = f\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{x}{n}\right), \forall x \in [0,1]$

2. $f(nx) = nf(x), \forall n \in N(x) = \{m | mx \leq 1\}, \forall x \in [0,1]$

de unde folosind 2,p < q şi 1, avem

$$f\left(\frac{p}{q}\right) = f\left(p\frac{1}{q}\right) = pf\left(\frac{1}{q}\right) = \frac{p}{q}f(1),$$

ceea ce implică concluzia pentru orice punct raţional.

Conform axiomei lui Arhimede, $\forall x \in [0, 1]\ \exists\ p, q \in \mathrm{N}$ a.î. $p + 1 \leq q$ şi $p \leq qx \leq p + 1$. Cu ipoteza de monotonie, luând cazul crescător, avem,

$$\frac{p}{q}f(1) \leq f(x) \leq \frac{p+1}{q}f(1)$$

iar completitudinea încheie demonstraţia, prin alegerea unui şir de raţionali convergent la x.

Există mai multe *raţiuni* pentru care am găsit de cuviinţă includerea acestei propoziţii aici, propoziţie care de fapt rezolvă pe un interval finit ecuaţia D'Alembert-Cauchy.

Este demn de remarcat faptul că, la începuturile ştiinţei mecanicii aceeaşi metodologie a fost utilizată de D'Alembert pentru a preciza cadrul în care aşa numita lege a paralelogramului, concepută drept formalizare a modelării conceptului de interacţie statică, se poate *deduce* dintr-un număr *cât mai* mic de ipoteze (cf. [7], p. 283).

Ideea originară a lui D'Alembert a constat în a oferi un model geometric interacţiei statice bazată pe noţiunea de forţă newtoniană, după modelul lui Arhimede privind echilibrul figurilor plane.

Cauchy (cf. [4]) abstractizează procesul pe baza unei idei a lui Poisson (cf. [13], p. 45). Ideea demonstraţiei prezentate e datorată lui Darboux (cf. [8]) cu singura diferenţă privind domeniu de definiţie a funcţiei (la cei citaţi domeniul este R). Acest caz are o importanţă considerabilă în teoria scalelor sociologice.

Aici folosim doar partea abstractă, deoarece excludem din capul locului orice consideraţie asupra ideii de interacţie. Motivul excluderii este că pentru a încerca o introducere cu sens a unor astfel de concepte, vom mai avea mulţi paşi intermediari de făcut.

Notă. *Autorul ţine să mulţumească şi pe această cale cercetătorilor dr. Ana Bălaşa şi Prof. Univ. dr. I. Mărginean pentru sprijinul acordat şi numeroasele*

discuţii pertinente legate de propunerea temei ce au dus în final la o formă mai scurtă dar mai accesibilă a prezenului articol.

BIBLIOGRAFIE

[1] Aristotel, *Categorii*, Bucureşti, Humanitas, 1994.
[2] G. Birkhoff, *Hydrodynamics. A study in logic, fact and similitude*, Princeton, New York, Princeton University Press, 1950
[3] A. Bălaşa, *Atitudini, percepţii şi orientări valorice privind reforma economică*, Calitatea vieţii (1994), p. 103-115.
[4] A. L. Cauchy, *Détermination des fonctions continues d'une variable propres a vérifier certaines conditions*, Ex. de Math. (1826), p. 221-229, Oeuvrès, ser. II, tome 3, p. 98.
[5] S. Chelcea, *Chestionarul în investigaţia sociologică*, Bucureşti, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, 1975.
[6] H. Cherniss, *The Riddle of the Early Academy*, Berkely, Univ. of California Press, 1945.
[7] J.R. D'Alembert, *Mémoire sur les Principes de la Mécanique*, Hist. de l'Acad. Sci., Paris (1769), p. 278-286.
[8] G. Darboux, *Sur la composition des forces en statique*, Bull. Sci. Math. Astron. (1875), p. 281.
[9] S. Haret, *Mécanique sociale*, Gauthier-Villars, Paris 1910, traducere în română de A.G. Apostol, Editura Ştiinţifică, Bucureşti, 1969.
[10] P.R. Hofstätter, *Einführung in die Sozialpsychologie*, Stuttgart, A. Kröner Verlag, 1966.
[11] G.A. Miller, *The magical number seven, plus or minus two: Some limits on our capacity for processing information*, The Psychol. Rev. (1956), p. 81-97.
[12] I. Mărginean, *Măsurarea în sociologie*, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşri, 1982.
[13] S.D. Poisson, *Traîté de Mécanique*, Didot, Paris, 1811.
[14] H.D. Saffrey, ΑΓΕΩΜΕΤΡΗΤΟΣ ΜΗΔΕΙΣ ΕΙΣΙΤΩ, *une inscription légendaire*, Rev. Etud. Grecques (1968), p. 67-87.
[15] Gh. Zapan, *Formula socială*, Arhiva pentru Ştiinţa şi Reforma Socială 91936), p. 1308-1328.
[16] Gh. Zapan, *Cunoaşterea şi aprecierea obiectivă a personalităţii*, Bucureşti, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, 1984.